Na přednášce jsme opravili chybu v zavedení Lebesgueova integrálu (viz opravený soubor k přednášce 15.11.) dále jsme pokračovali v probírání základů teorie míry.

Poznámky a příklady. *1.* $(\mathbb{R}^d, \Lambda_d, \lambda_d)$ *je prostor s mírou,*

2. $\{\varnothing, X\}$ *je vždy (tzv. triviální)* σ*-algebra,* $\mathcal{P}(X)$ *(množina všech podmnožin* X*, tzv. potenční množina) je vždy* σ*-algebra*

3. $(X, \mathcal{P}(X), \delta_a)$ *a* $(X, \mathcal{P}(X), \mathcal{H}^0)$*j sou prostory s mírou. Zde*

$$\delta_a(A) = \Big\{ 1, \quad a \in A, 0, \quad a \notin A$$

a $\mathcal{H}^0(A)$ *je počet prvků* A *(tzv. počítací míra).*

4. *každá* σ*-algebra je uzavřená na spočetné průniky, tj. pokud* $A_n \in \Sigma$*,* $n \in \mathbb{N}$*, potom* $\bigcap A_n \in \Sigma$*,*

5. *pro* (X, Σ, μ) *prostor s mírou a* $A, B \in \Sigma$*, položme* $\mu|_A(B) = \mu(A \cap B)$*. Potom* $(X, \Sigma, \mu|_A)$ *je prostor s mírou. Například* $\lambda_1|_{[0,1]}$ *je míra na* Λ_1 *pro kterou platí* $\lambda_1|_{[0,1]}(\mathbb{R}) = 1 < \infty$*, je to tzv. konečná . Oproti tomu* $\lambda_1(\mathbb{R}) = \infty$*.*

6. *pro* $f \in \mathcal{L}^*$*,* $f \geq 0$ *s.v. a* $A \in \Lambda_d$ *definujeme* $\mu_f(A) = \int f \chi_A$ *(míra s hustotou* f*). V takovém případě je* $(\mathbb{R}^d, \Lambda_d, \mu_f)$ *prostor s mírou a platí*

$$\lambda_d(A) = 0 \implies \mu_f(A) = 0,$$

(μ_d *je tzv. absolutne spojitá vzhledem k* λ_d*).*